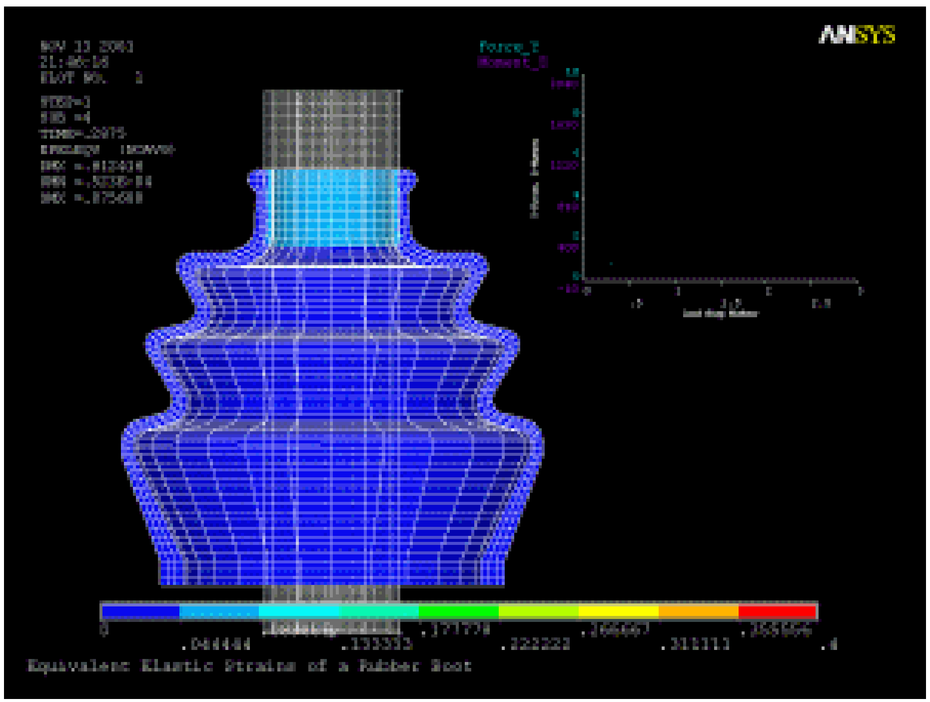
数値解析

2023年度前期　第1週 [4月13日]



静岡大学大学院
工学研究科機械工学専攻
ロボット・計測情報分野
創造科学技術大学院
情報科学専攻

三浦 憲二郎

講義アウトライン [4月13日]

- 連絡先
- 授業目標
- 数値解析の基礎知識
  - 浮動小数点数
  - 数値計算による誤差
  - マシンイプシロン

連絡先

•電子メイルアドレス　miura.kenjiro@shizuoka.ac.jp

•ホームページ

https://mc2-lab.com/

•電話･ファックス　053-478-1074

•授業用ホームページ　https://mc2-lab.com/lecture.html#A

授業目標

数値計算法における基礎事項・基本手法を理解し、プログラミング演習でその実装法を習得する。

１．数値計算の基礎知識の理解

２．非線形方程式

３．数値積分

４．連立一次方程式の直接解法

５．連立一次方程式の反復解法

６．関数近似と補間方法

７．常微分方程式の数値計算法

関連情報（その1）

＜教科書，参考書，資料＞

教科書：皆本晃弥著　「C言語による数値解析入門」（サイエンス社）

参考書：「ニューメリカルレシピ・イン・シー」日本語版，技術評論社

参考書：林晴比古著　「明快入門C」, ソフトバンク

資料　：授業用ホームページ

関連情報（その2）

＜授業進行＞

- 講義　講義プリント

- 宿題：講義2回に対して宿題1回

＜評価、期末試験＞
期末試験は実施しません。
課題

数値解析の基礎知識

数値解析

1．数値計算を行うための計算アルゴリズムを開発する.

2．近似解と数学的に得られる真の解との誤差を解析する.

3．近似解の安定性を数学的に解析する.

数値解析の必要性

実務的な工学の諸問題

１．解析的に解く

正確に解ける．簡単な問題しか解けない．

例　4次方程式

２．非線形問題

線形に近似して数値的に解く．連立1次方程式

例　構造解析，有限要素法（FEM）

３．最適化問題

数値的に解を探索する．

例　形状の最適化（強度を満たし，最軽量）

実務での数値解析

自動車産業

1. トヨタ自動車

(株)トヨタテクニカルディベロップメント株式会社

資本金5.5億円, 従業員6,300名,

業務　CAE（衝突解析，振動騒音解析，強度剛性解析，流体解析，機構解析）

実務での数値解析

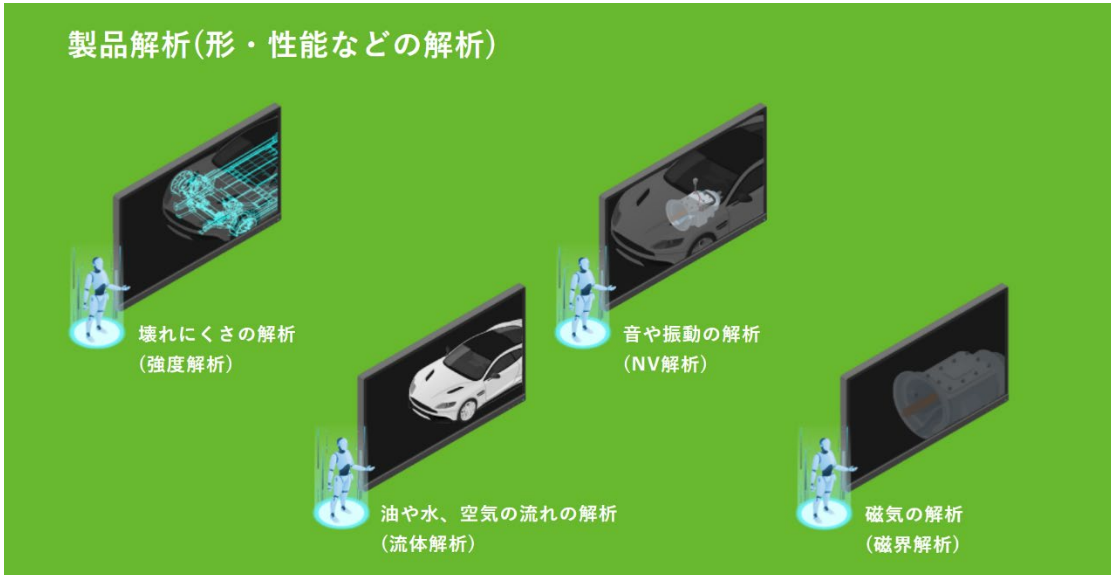
自動車産業

２．（株）アイシン・デジタルエンジニアリング

資本金９，０００万円，従業員１４５人，

業務　FEM解析を中心としたシミュレーション、ソフト開発の支援やその評価装置の開発などの開発設計・評価支援業務

「モノをつくらないモノづくり」



浮動小数点数 p.2

β進t桁の浮動小数点数

$$
\begin{aligned}
\bar{x} &= \pm\left(d_0 + \frac{d_1}{\beta} + \frac{d_2}{\beta^2} + \cdots + \frac{d_{t-1}}{\beta^{t-1}}\right) \times \beta^e \\
&= \pm(d_0.d_1d_2...d_{t-1}) \times \beta^e \\
&\qquad d_i \in \{0, 1, ..., \beta - 1\}, \qquad e_{min} \le e \le e_{max}
\end{aligned}
$$

±: 符号, e: 指数, $d_0 . d_1 d_2 ... d_t$: 仮数 (かすう)

x≠0のときは$d_0 \neq 0$とする: 正規化

コンピュータ　2進数　β=2

情報落ちと桁落ち　p.2

１．情報落ち

大きさが極端に違う2数の加減算で，小さい数値の下位の桁が失われてしまうこと.

２．桁落ち

近接する2数の減算で有効桁数が失われること.

数値計算による誤差 p.3

実数xの近似値y

$e(y)=y-x$ ： yのxに対する誤差

$|e(y)|=|y-x|$ ： yの絶対値誤差

$e_r(y)=e(y)/x\approx e(y)/y$ または$|e_r(y)|$

： yの相対誤差

$-\log 10|e_r(y)|$ ： yの有効桁数

一般には丸められたt桁の数値 ： 有効数字t桁の値，

tを有効桁数と呼ぶ．

コンピュータで扱えるようにt桁にする ：丸め， 丸め誤差

マシンイプシロン p.13

$1+\varepsilon_M>1$を満たす2^n(nは整数)の形をした最小の正数

プログラム1.7改

```
#include <stdio.h>
int main(void)
{
    double deps=1.0;
    double dtmp;
    for(dtmp=deps+1.;dtmp>1.;){
        deps/=2.0;
        dtmp=deps+1.0;
    }
    printf("double型のMachine epsilonは%-16e¥n",2.0*deps);
}
```

注意： eとgは同等，-16:-は左寄せ，16は幅指定 C言語入門p.149,151

まとめ

- 連絡先
- 授業目標
- 数値解析の基礎知識
  - 浮動小数点数
  - 数値計算による誤差
  - マシンイプシロン