

スライド 1 形状処理工学の基礎

形状処理工学 (Computer Aided Geometric Design)

かたちをコンピュータで処理する工学

- ・表現 (「」構造), 表示, 変形
- ・「」エンジニアリング

点群から曲面を再構築する.

ここでは, 点群の近似する曲線を生成することを考える.

$y=f(x)$ の形式では, 円のように, 同じ x の値に複数の y の値が対応する関数 (「」関数) を表現できない.

そこで, パラメータ t を導入して曲線 $C(t)$ を以下のように定義する.

$$C(t)=(x(t), y(t))$$



曲線 $C(t)=(x(t),y(t))$

スライド 2 定理 6.4 の拡張

m 組の与えられた点 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{m-1}, y_{m-1})$ とそれらのデータに対応するパラメータ値 t_0, t_1, \dots, t_{m-1} に対して, それらの点列を内挿する関数 $C(t) = (x(t), y(t))$ を $(g_x(t), g_y(t)) = (\sum a_i \phi_i(t), \sum b_i \phi_i(t))$ によって近似することを考える.

$$F(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, b_0, b_1, \dots, b_{n-1}) := \|f - g\|_2^2 = \sum_{k=0}^{m-1} \left\{ (x_k - \sum_{j=0}^{n-1} a_j \phi_j(t_k))^2 + (y_k - \sum_{j=0}^{n-1} b_j \phi_j(t_k))^2 \right\}$$

が最小になるように a_0, a_1, \dots, a_{n-1} および b_0, b_1, \dots, b_{n-1} 決定する.

2 組の連立 1 次方程式

$$\begin{bmatrix} (\phi_0, \phi_0) & (\phi_0, \phi_1) & \cdots & (\phi_0, \phi_{n-1}) \\ (\phi_1, \phi_0) & (\phi_1, \phi_1) & \cdots & (\phi_1, \phi_{n-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\phi_{n-1}, \phi_0) & (\phi_{n-1}, \phi_1) & \cdots & (\phi_{n-1}, \phi_{n-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x, \phi_0) \\ (x, \phi_1) \\ \vdots \\ (x, \phi_{n-1}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (\phi_0, \phi_0) & (\phi_0, \phi_1) & \cdots & (\phi_0, \phi_{n-1}) \\ (\phi_1, \phi_0) & (\phi_1, \phi_1) & \cdots & (\phi_1, \phi_{n-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\phi_{n-1}, \phi_0) & (\phi_{n-1}, \phi_1) & \cdots & (\phi_{n-1}, \phi_{n-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y, \phi_0) \\ (y, \phi_1) \\ \vdots \\ (y, \phi_{n-1}) \end{bmatrix}$$

の解である.

$$(x, \phi_i) = \sum_{k=0}^{m-1} x_k \phi_i(x_k), \quad (y, \phi_i) = \sum_{k=0}^{m-1} y_k \phi_i(x_k)$$

$$(\phi_i, \phi_j) = \sum_{k=0}^{m-1} \phi_i(x_k) \phi_j(x_k) \quad (k = 0, 1, \dots, m-1; i, j = 0, 1, \dots, n-1)$$

