

2021年度 数値解析

Newton 法 確認問題

1. 下図のように非線形関数 $f(x)$ と x_0 が与えられたとき、解 $x = \alpha$ をニュートン法で求めたい。
 - (a) $f'(x_0) = df(x_0)/dx$ を用いてグラフ上の点 $(x_0, f(x_0))$ における接線の方程式を求めよ。
 - (b) 上の問で求めた接線と x 軸との交点の x 座標を求めよ. その値が $x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$ であり, ニュートン法による近似解の更新の式と一致することを確認せよ。
 - (c) 初期値 x_0 から得られるニュートン法による近似解 x_1, x_2, \dots, x_n が $x = \alpha$ に漸近する様子を下図に書き込め。

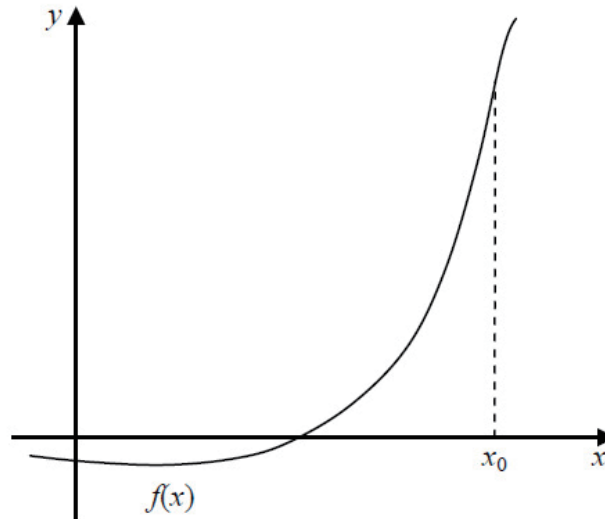


図 1: ニュートン法

2. $f(x) = 0$ の解 $x = \alpha$ が単解であるとは, 2 個の解が重なっている重なる解ではなく, 独立した解のことを言う. 重解を図で示せ. また, このとき, $f'(x)$ はどのような値か. ニュートン法が 2 次収束するために, なぜ単解の条件が必要になるか説明せよ.