2022 年度前期　数値解析　第１４回授業ノート

2022 年 7 月 21 日　三浦憲二郎

スライド１　形状処理工学の基礎

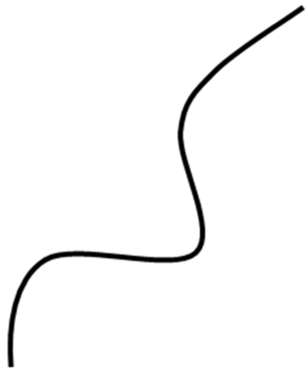
形状処理工学　（Computer Aided Geometric Design）

かたちをコンピュータで処理する工学

・表現（「　　　　」構造），表示，変形

・「　　　　　　　　」エンジニアリング

点群から曲面を再構築する．



ここでは，点群の近似する曲線を生成することを考える．

y=f(x) の形式では，円のように，同じ x の値に複数の y の値が対応する関数（「　　　」関数）を表現できない．

曲線 C(t)=(x(t),y(t))

そこで，パラメータ　t を導入して曲線 C(t) を以下のように定義する．

C(t)=(x(t), y(t))

スライド２　定理 6.4 の拡張

m 組の与えられた点(x_0,y_0), (x_1,y_1), $\cdots$,(x_{m-1},y_{m-1})とそれらのデータに対応するパラメータ値 $t_0,t_1,\cdots,t_{m-1}$ に対して，それらの点列を内挿する関数 C（ｔ）＝（x(t),y(t) ）を$(g_x(t),g_y(t))$=（$\Sigma a_i\ \phi_i(t)$，$\Sigma b_i\ \phi_i(t)$)によって近似することを考える．

$$
\begin{aligned}
F(a_0,a_1,\cdots,a_{n-1},b_0,b_1,\cdots,b_{n-1}) &:= ||f-g||_2^2 \\
&= \sum_{k=0}^{m-1}\{(x_k-\sum_{j=0}^{n-1}a_j\phi_j(t_k))^2+(y_k-\sum_{j=0}^{n-1}b_j\phi_j(t_k))^2\}
\end{aligned}
$$

が最小になるように $a_0, a_1,\cdots,a_{n-1}$ および $b_0, b_1,\cdots,b_{n-1}$ 決定する．

2 組の連立 1 次方程式

$$
\begin{bmatrix}
(\phi_0,\phi_0) & (\phi_0,\phi_1) & \cdots & (\phi_0,\phi_{n-1}) \\
(\phi_1,\phi_0) & (\phi_1,\phi_1) & \cdots & (\phi_1,\phi_{n-1}) \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
(\phi_{n-1},\phi_0) & (\phi_{n-1},\phi_1) & \cdots & (\phi_{n-1},\phi_{n-1})
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} (\boldsymbol{x},\phi_0) \\ (\boldsymbol{x},\phi_1) \\ \vdots \\ (\boldsymbol{x},\phi_{n-1}) \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix}
(\phi_0,\phi_0) & (\phi_0,\phi_1) & \cdots & (\phi_0,\phi_{n-1}) \\
(\phi_1,\phi_0) & (\phi_1,\phi_1) & \cdots & (\phi_1,\phi_{n-1}) \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
(\phi_{n-1},\phi_0) & (\phi_{n-1},\phi_1) & \cdots & (\phi_{n-1},\phi_{n-1})
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} (\boldsymbol{y},\phi_0) \\ (\boldsymbol{y},\phi_1) \\ \vdots \\ (\boldsymbol{y},\phi_{n-1}) \end{bmatrix}
$$

の解である．

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{x},\phi_i) &= \sum_{k=0}^{m-1} x_k\phi_i(x_k),\ (\boldsymbol{y},\phi_i)=\sum_{k=0}^{m-1} y_k\phi_i(x_k) \\
(\phi_i,\phi_j) &= \sum_{k=0}^{m-1}\phi_i(x_k)\phi_j(x_k)\ (k=0,1,\cdots,m-1;i,j=0,1,\cdots,n-1)
\end{aligned}
$$