

複合リズム対数型美的曲線の入力とそのカースタイリングデザインへの応用

上 利 真 一^{†1} 三浦 憲二郎^{†2} 藤 澤 誠^{†3}
西 川 知 伸^{†4} 羽 田 隆 志^{†4}

本論文は、4点の制御点を用いて複合リズム対数型美的平面曲線を入力する方法を提案する。対数型美的曲線は曲率が単調に変化するとともに理想的な曲率の変化率を持つため、実務への応用が期待されている。これまでに、制御点を用いた美的曲線の入力法として、任意の α 値を持つ1セグメントの単調リズム美的曲線を入力する手法が提案されている。しかし、1セグメントの単調リズム曲線しか生成できず、実務への応用は困難であった。本論文では、 G^3 連続性を満たす2本のセグメントから成る複合リズム曲線の入力法を提案するとともに、複合リズム美的曲線を用いた車のデザイン例を示すことで、複合リズム対数型美的曲線の実用性を立証する。

Input of Compounded Rhythm Log-Aesthetic Curve and Its Applications to Car Styling Design

AGARI SHIN'ICHI,^{†1} KENJIRO T. MIURA,^{†2} MAKOTO FUJISAWA,^{†3}
NISHIKAWA TOMONOBU^{†4} and HADA TAKASHI^{†4}

This paper proposes the method of inputting a planar log-aesthetic curve with compound-rhythm by use of four control points. The log-aesthetic curve does not exhibit any undulations of curvature since its curvature monotonically increases or decreases and it is suitable to be used for practical product design. The input methods by use of control points presented so far can generate only one log-aesthetic curve and it is not capable enough to represent characteristic lines of industrial products. We show that the compound rhythm log-aesthetic curve made up of two log-aesthetic curve segments connected with G^3 continuity has an enough expression ability to represent character lines of cars by illustrating practical design examples.

1. 緒 言

「美しい曲線」は原田ら^{1),2)}により曲率対数分布図が直線で近似される曲線として提案された。三浦^{3),4)}は曲率対数グラフが厳密に直線で与えられる曲線の解析解を求め、それを「美しい曲線の一般式」として提案した。さらに、吉田と齋藤^{5),6)}は「一般式」によって定義される曲線の特徴を解析、分類するとともに、3個の“制御点”により、2つの端点とそこでの接線方向、および曲率対数グラフの直線の傾き α を与えるこ

とにより対話的に「美しい曲線 (美的曲線) セグメント」を生成する手法を提案した。

美的曲線は、接線ベクトルの積分形式としてのみ与えられている場合 ($\alpha \neq 1, 2$) であっても対話的な生成、変形が可能であり、実務への応用が期待されている。しかしながら、吉田らの入力法では、曲率が単調に増加、または減少する美的曲線セグメント1本しか入力することができず、複合リズム²⁾を持つ美的曲線を入力することができない。複合リズムを持つ美的曲線、すなわち複合リズム美的曲線とは、 α が異なる2本の美的曲線セグメントが、1) 曲率が連続で接続しているとともに、2) 曲率の微分も連続に接続された曲線であり、 G^3 連続性の保証された2本の美的曲線セグメントから構成される曲線である。複合リズム曲線は、欧州のカロッツェリア (自動車工作工房) のデザインした自動車の曲線として頻繁に使われており²⁾、意匠デザインにとって重要な曲線と考えられる。そこで、本研究では複合リズム美的曲線の入力法を提案す

^{†1} 静岡大学大学院工学研究科
Graduate School of Engineering, Shizuoka University
^{†2} 静岡大学創造科学技術大学院
Graduate School of Science and Technology, Shizuoka University
^{†3} 奈良先端科学技術大学院大学
Nara Institute of Science and Technology
^{†4} 静岡文化芸術大学
Shizuoka University of Art and Culture

るとともに、それをカースタイリングデザインに応用する。

2. 美的曲線

美的曲線は、曲率変化が単調で、曲率対数グラフが直線になる曲線と定義される。(図1)

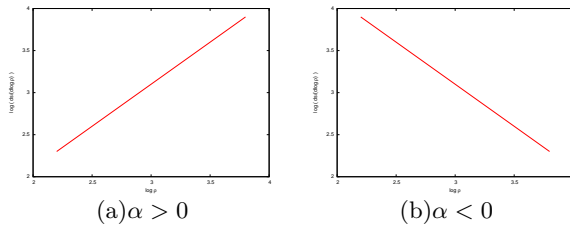


図1 曲率対数グラフ (単調リズム美的曲線)

曲率対数グラフの傾き α によって美的曲線の形状は変化する。 α は美的曲線の形状を決定するパラメータであり、曲線の印象を左右する重要な要素である。

美的曲線の曲率半径 ρ と曲線長 s の関係は以下の式で表わされる。

$$\rho(s) = \begin{cases} e^{cs+d} & (\alpha = 0) \\ (cs+d)^{\frac{1}{\alpha}} & (\alpha \neq 0) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 c, d は定数、 α は曲率対数グラフの傾きである。

曲線の方向角 θ と曲線長 s の関係は $\rho = ds/d\theta$ の関係式から求めることができ、以下のように表される。

$$\theta(s) = \begin{cases} \frac{-1}{c} e^{-cs-d} + \theta_e & (\alpha = 0) \\ \frac{1}{c} \ln(cs+d) + \theta_e & (\alpha = 1) \\ \frac{1}{c} \frac{\alpha}{\alpha-1} (cs+d)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} + \theta_e & (other) \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 θ_e は積分定数である。 θ_e は $s = 0$ での方向角 $\theta(s = 0)$ によって定まる。

曲線上の点 \mathbf{P} は、 s の関数として以下のように記述できる。ただし、 i は虚数単位であり、 \mathbf{P} は複素平面上の点である。 \mathbf{P}_0 は曲線の始点とする。

$$\mathbf{P}(s) = \mathbf{P}_0 + \begin{cases} e^{i\theta_e} \int_0^s \exp\left(\frac{-i}{c} e^{-cs-d}\right) ds & (\alpha = 0) \\ e^{i\theta_e} \int_0^s \exp\left(\frac{i}{c} \ln(cs+d)\right) ds & (\alpha = 1) \\ e^{i\theta_e} \int_0^s \exp\left(\frac{i}{c} \frac{\alpha}{\alpha-1} (cs+d)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}\right) ds & (other) \end{cases}$$

式(3)には複数の定数(パラメータ)が存在するが、曲線の形状に関連する要素は α のみであり、 α の値によってのみ、曲線の形状は変化する。また、 α によって曲線の印象も変化する。

3. 複合リズム対数型美的曲線

複合リズム対数型美的曲線は2つの単調リズム美的曲線を接続した曲線であり、その曲率対数グラフは折れ線で与えられる。(図2)

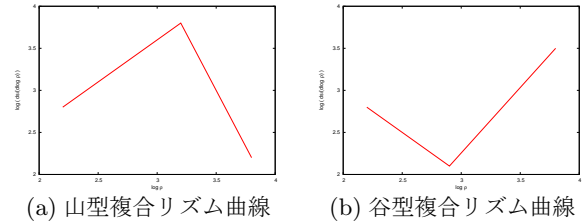


図2 曲率対数グラフ (複合リズム美的曲線)

2つの単調リズム曲線から構成される。互いに異なる α 値を持つ2種類の美的曲線を接続した曲線である。

曲率対数グラフは曲率半径の微分値を縦軸にとっているため、複合リズム曲線の接続点では G^3 連続性が満たされている。

4. 複合リズム美的曲線の入力法

複合リズム曲線の入力法として、原田ら²⁾は曲線の通過点を求め、それらを n 次曲線で近似する方法を提案しているが、美的曲線が解析的に定式化される以前の研究であり、解析的に明らかにされた美的曲線の性質を十分に活用できていない。また、吉田らの美的曲線セグメントの入力法⁶⁾は2分法を用いているため、高速に曲線を生成することができ、それを複数回用いて複合リズム曲線を生成することが考えられる。しかしながら、彼らの入力法では与えられた3点の制御点のなす角を利用し求める曲線の相似形を探索するため、曲率の連続性を2本のセグメント間で保証するための手法としては適しておらず、さらに曲率の微分の連続性を保証するためには試行錯誤的な探索が必須である。

そこで、本研究では相似形の探索を行うのではなく、美的曲線のパラメータを直接探索することにより、複合リズム美的曲線を算出する。特に、デザイナーにとって操作しやすい曲線の入力法を提供するために、前後(3)のセグメントに対して任意に与えられた2つの α 値に対して、4点の制御点から複合リズム美的曲線を生成する手法を提案する。

本研究で提案する手法により生成される複合リズム美的曲線は、3次 Bézier 曲線と同様、始点、終点はそれぞれ第1制御点、第4制御点に一致し、それらの位

置での接線方向は、それぞれ第1制御点から第2制御点、第3制御点と第4制御点の差のベクトルの方向として与えられる。

5. 複合リズム美的曲線の一般式

美的曲線の定式化には $\alpha \neq 0$ と $\alpha = 0$ の2つの場合に大別される³⁾が、 $\alpha = 0$ は例外的であり、 $\alpha = 1$ の場合は曲線は対数らせんとなり積分形を用いることなく定式化できる。そこで、本研究では $\alpha \neq 0, 1$ と仮定する。

5.1 複合リズム曲線

複合リズム曲線は2本の美的曲線セグメントにより構成され、異なる2つの α 値に対して、曲率半径 ρ と曲線長 s の関係は次のように表される。

$$\rho = \begin{cases} (c_0s + d_0)^{\frac{1}{\alpha_0}} & (0 \leq s \leq s_c) \\ (c_1s + d_1)^{\frac{1}{\alpha_1}} & (s_c < s \leq s_l) \end{cases} \quad (4)$$

s_c はセグメントの接続点までの曲線長であり、この点を境に α 値、および c, d の値が変化する。範囲 $(0 \leq s \leq s_c)$ での α 値を α_0 、範囲 $(s_c < s \leq s_l)$ での α 値を α_1 とする。 s_l は曲線の全長である。

以上の定式化から、複合リズム美的曲線は s が $0 \leq s \leq s_c$ の範囲では $i = \sqrt{-1}$ とすると $\mathbf{P}(s)$ は次式で表わされ、

$$\mathbf{P}_0 + \int_0^s \exp\left(i \left(\frac{1}{c_0} \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - 1} (c_0s + d_0)^{\frac{\alpha_0 - 1}{\alpha_0}} + \theta_{e0} \right)\right) ds \quad (5)$$

s が $s_c < s \leq s_l$ の範囲では次式で表わされる。

$$\mathbf{P}_c + \int_{s_c}^s \exp\left(i \left(\frac{1}{c_1} \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - 1} (c_1s + d_1)^{\frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_1}} + \theta_{e1} \right)\right) ds \quad (6)$$

\mathbf{P}_c はセグメントの接続点、 θ_{e1} は c_1, d_1 、および接続点での曲線の方向角 θ_c に依存して定まる。

5.2 接続条件

2本のセグメントは、接続点において1)位置、2)接線ベクトル、3)曲率半径、4)曲率半径の変化率が連続となっている。位置、および接線ベクトルはそれぞれ \mathbf{P}_c 、 θ_{e1} に適切な値を指定することにより連続性が保証される。接続点での曲率半径を ρ_c とすると、曲率半径の連続の条件を数式で表すと以下となる。

$$\rho_c = (c_0s_c + d_0)^{\frac{1}{\alpha_0}} = (c_1s_c + d_1)^{\frac{1}{\alpha_1}} \quad (7)$$

また、 $\rho_c^{\alpha_0} = c_0s_c + d_0$ と $\rho_c^{\alpha_1} = c_1s_c + d_1$ を曲線長で微分して、

$$\alpha_0 \rho_c^{\alpha_0 - 1} \frac{d\rho_c}{ds} = c_0, \quad \alpha_1 \rho_c^{\alpha_1 - 1} \frac{d\rho_c}{ds} = c_1 \quad (8)$$

上記の2つの等式の曲率半径の変化率 $d\rho_c/ds$ が一致すること、および式(7)から c_1, d_1 は、

$$c_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} c_0 \rho_c^{\alpha_1 - \alpha_0}, \quad d_1 = \rho_c^{\alpha_1} - c_1 s_c \quad (9)$$

と表される。

α_0, α_1 の値はデザイナーが与えており、接続点での方向角 θ_c を定めれば1本目のセグメントの曲線長 $s = s_c$ が定まり、 c_0, d_0 を決定すれば、接続点 \mathbf{P}_c において曲率半径 ρ と曲率変化率 $d\rho/ds$ が連続となる条件から c_1, d_1 の値は一意に定まる。

6. 曲線の生成

6.1 制御点の入力

まず、4点の制御点を入力する。これらの点により定義される3次 Bézier 曲線と同様に、始点、終点の座標 $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1$ と接線の方向角 θ_0, θ_1 を定める。さらに、セグメント間の接続点での曲線の方向角 θ_c を指定する。ここでは、第2制御点から第3制御点への方向ベクトルに一致する方向角とする。複合リズム曲線では、曲線全体に対して曲率は単調減少、または単調増加であり、変曲点を持たないので、4点を結ぶ折れ線は常に進行方向に対して左に曲がる、あるいは右に曲がるように指定する。曲率は左曲がりを正としているので、右曲がりの場合には制御点の、例えば第1制御点と第2制御点を結ぶ直線に対して鏡像を生成し、それらの点に対してから曲線を生成した後、その直線に対して鏡像を生成する。

6.2 α_0, α_1 の設定

2本のセグメントの α 値を指定する。原田らが提案した複合リズム曲線は2種類に分類され²⁾、1つは α 値が正から負に変化する曲線、他方は負から正に変化する曲線である。したがって、それらの場合に適合する複合リズム曲線を生成するには α_0 と α_1 の値の正負を変えて指定する。

6.3 c_0, d_0 の探索

c_0, d_0 に初期値を与え、式(5)、(6)を用いて、始点から角度 $(\theta_c - \theta_0)$ だけ曲線セグメント (α_0) を生成し、接続点から角度 $(\theta_1 - \theta_c)$ だけ曲線セグメント (α_1) を生成して、曲線の終点を得る。初期値は、4個の制御点から3次 Bézier 曲線を生成し、両端点での曲率半径より求めた c_0, d_0 を用いる。滑降シンプレックス法により c_0, d_0 の変化量 $\Delta c_0, \Delta d_0$ を求める。

7. 曲線の生成例

$\alpha_0 = -1.5, \alpha_1 = 0.5$ を指定して生成した複合リズム美的曲線の例を図7に示す。その曲線長に対する曲

率半径のグラフを図 7(b) に、対数曲線グラフを図に示す。曲率対数グラフの傾きが負から正に変化しており谷型の曲線が生成されていることがわかる。

図 7(b) より、前後のセグメント間で曲率が連続であること、また曲率が単調増加であることがわかる。図 7(c) より、曲率対数グラフが各セグメントに対して直線で表されること、したがって美的曲線であること、また曲率対数グラフが連続であることから、曲率の変化率が連続であること、したがって G^3 連続性が保証されていることがわかる。

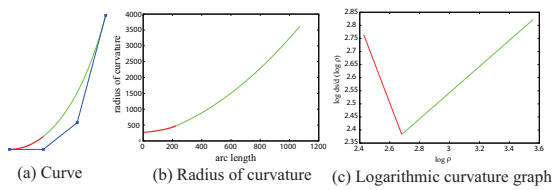


図 3 複合リズム美的曲線生成例

図 4 に谷型と山型の複合リズム対数型美的曲線の例を示す。 α_0 と α_1 はそれぞれ第 1, 第 2 セグメントの α 値である。図 4(a) では 2 つの型の曲線を比較している。もし 2 つの値を入れ換え (α_0, α_1) を (α_1, α_0) とすると曲率対数グラフは非常に異なるものになるが、興味深いことに形状そのものに大きな違いはない。これらの違いについて今後さらに研究を進めていく必要はあるが、本論文では、原田ら²⁾の指摘に従い、次章で説明するようにカーデザインのために谷型の複合リズム曲線を採用した。図 4(b) は谷型複合リズム曲線の例を示している。これらの曲線の形状は α に依存し、 α_0 と α_1 の両者の絶対値が大きくなるにつれて、第 1 セグメントの曲率半径はより小さくなり、第 2 のセグメントのそれはより大きくなるので曲線全体は押しつぶされた形状となる。

図 4(c) は、単調リズム曲線と複合リズム曲線を比較している。与えられた α 値に対して、単調リズム曲線は 3 点を指定することで入力できるが、3 点では 2 つの端点とそこでの 2 つの接線方向を同時に指定することはできず、単調リズム曲線の利用を大きく妨げている。さらに、3 点入力では接線方向の角度変化を 180 deg より大きくすることはできず、実用的なデザインでは 150 deg 程度しか変化させることはできない。4 点入力ではそのような制限がなく、図 4(b) に示したように 180 deg を越えることができる。

滑降シンプレックス法による式 (5) の c_0 と d_0 の探索に要する時間は Pentium 4 2.53GHz の PC で 0.1

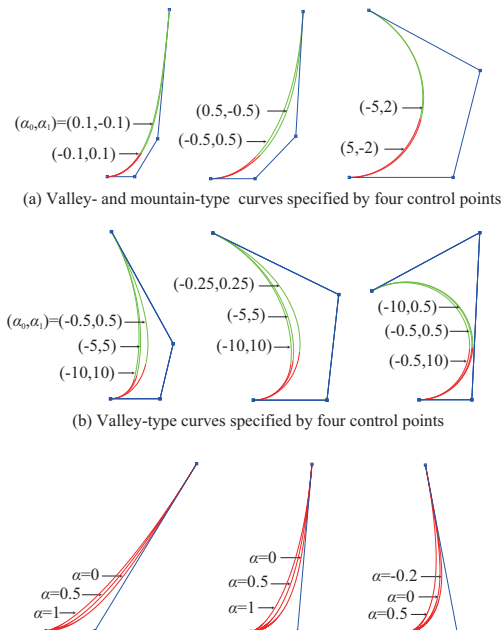


図 4 4 点入力により生成された谷が他と山型の曲線と 3 点入力により生成された曲線

~20ms である。数値積分にはシンプソン則を用いた adaptive quadrature 法を使用している。曲線を生成するには数値積分が必要であるが、デザイナーは十分対話的に曲線を生成・変形することができる。



図 5 市販車のキャラクタラインにフィッティングした複合リズム対数型美的曲線。これらの曲線は谷型複合リズム曲線でありその α_0 と α_1 はそれぞれ -0.1 と 0.1 を用いている。最も上の例では、入力に用いた制御点とそれらを結ぶ線とともに第 1 と第 2 セグメントをそれぞれ緑と青で描いている。他の 2 つの例では、それらを赤と緑で描いている。

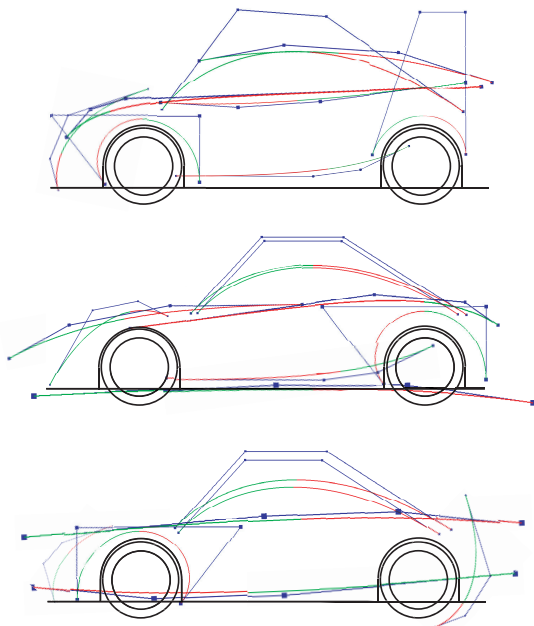


図6 複合リズム曲線によるカーデザイン例 (側面図)



図7 図6を基にしたスケッチ図

図5は市販車のキャラクタラインに複合リズム対数型美的曲線をフィッティングさせた例を示す。これらの線は制御点を手で移動させることによって生成している。谷型の複合リズム曲線を用いそれらの α 値は $(\alpha_0, \alpha_1) = (-0.1, 0.1)$ とした。これらの曲線は最適化手法により求めた近似曲線ではないが、我々は異なるタイプの車の様々な特徴線を適切に近似できていると考えている。この結果は次章で述べるように、複合リズム対数型美的曲線をカースタylingデザインに応用できるということを強く示唆している。

8. カースタylingデザイン

車のスタylingデザインにおいて、形状や印象を決定する最も重要な幾何要素はキャラクタライン(キアライン)である。これらの曲線の品質はデザイナーの能力に大きく依存するとともに、それらの曲線によりデザイナーの能力が評価される。スタylingデザインの方法は、国やメーカー、さらには個人に大きく依存するが、平面曲線を用いてデザインすることを推奨しているメーカーも存在する。その理由は、観察者の視点に依らず同じ印象を持つ意匠面を生成するためには平面曲線をベースとして面を生成することが適しているからである。

図6に複合リズム美的曲線を用いて車をデザインした例を示す。図6はカーデザイナーが作成したキャラクタラインであり、図7はそれらのキャラクタラインに

対して彩色したスケッチ画である。この図の最も上のデザイン例を基に作成した3面図を図8に示す。同じく、最も上のデザイン例を基に作成したパース図を図9に示す。図8の3面図を用いて生成した3Dモデルを図10に示す。

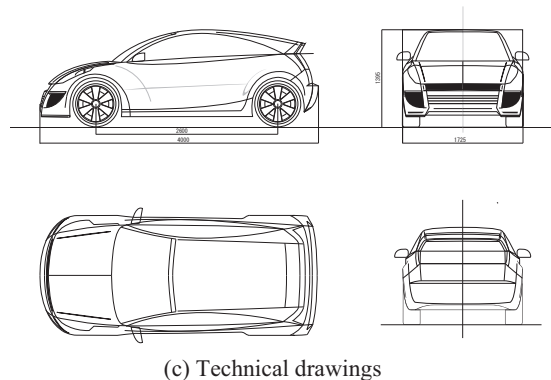


図8 複合リズム曲線によるカーデザイン例 (3面図)

9. 結 言

本論文では、与えられた4個の制御点を用いて、異なる α 値を持つ2本の美的曲線セグメントから成る複合リズム美的曲線の生成法を提案した。本手法により、指定された α 値を持ち、曲率対数グラフが折れ線状になる曲線を作成することを可能とした。さらに、

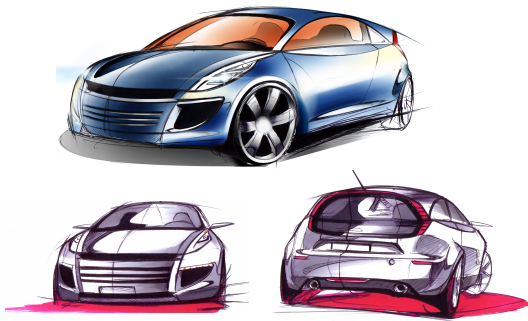


図 9 図 8 を基にしたスケッチ

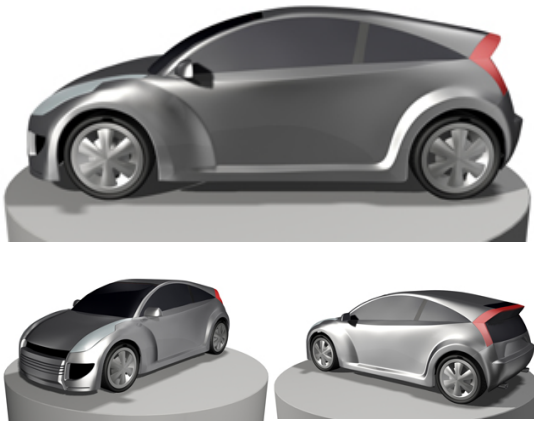


図 10 図 8 を基に作成された 3Dモデル

本手法を用いて自動車の側面図をデザインし、実務への応用が可能であることを示した。

今後は、3本以上のセグメントから成るより複雑なリズムを持つ美的曲線の生成法について研究を行うとともに、複合リズム美的曲線を初期設計から生産段階まで利用できる CAD/CAM システムを開発する。

参 考 文 献

- 1) 原田利宣, 吉本富士市, 森山真光, 魅力的な曲線とその創生アルゴリズム, 形の科学会誌, Vol.13, No.4, pp.149-158,1998.
- 2) 原田利宣, 森山真光, 吉本富士市, 複合リズム曲線とその創成手法, デザイン学研究, Vol.45, No.2, pp.17-24,1998.
- 3) 三浦憲二郎, 美しい曲線の一般式, グラフィクスと CAD/Visual Computing 合同シンポジウム 2005 予稿集, pp.227-232, 2005.
- 4) 三浦憲二郎, 美しい曲線の一般式とその自己アフィン性, 精密工学会誌 Vol.72, No.7, pp.857-861, 2006.
- 5) 吉田典正, 斎藤隆文, 美しい曲線セグメント, 情

- 報処理学会研究報告 Vol.2005, No.116 (第 121 回 グラフィクスと CAD 研究会), pp.97-102, 2005.
- 6) N. Yoshida and T. Saito, Interactive Aesthetic Curve Segments, The Visual Computer (Pacific Graphics), Vol. 22, No.9-11, pp.896-905, 2006.
 - 7) W.H. Press et al., Numerical Recipes, Third Ed., Cambridge University press, 2007.