

離散的 log-aesthetic フィルタ

三浦 憲二郎[†] 吉田 典正^{††} 斎藤 隆文^{†††}

対数型美的曲線は、対数(等角)らせん、クロソイド曲線、さらにインボリュート曲線を含むとともに、接線ベクトルの積分形式としてのみ与えられている場合であっても対話的な生成、変形が可能であり、実務への応用が期待されている。しかしながら、対数型美的曲線の1つのセグメントにおいては曲率が単調に増加、あるいは減少するとともに、曲率に曲線長に依存する強い制約条件が課されている。立体モデル作成においてはデザイナーに強い制約を与えず自由にデザインできることが望ましく、曲率が増減するような曲線に対しても、より制約の少ない形式で美的曲線の性質を埋め込む手法が望まれる。そこで、本研究ではノイズを含む点列データから、ノイズを削除して平滑化するとともに、対数型美的曲線化する離散的フィルタ:離散的 log-aesthetic フィルタを開発し、さらに、そのフィルタを曲面に拡張する。

Discrete Log-Aesthetic Filter

KENJIRO T. MIURA,[†] NORIMASA YOSHIDA^{††} and TAKAFUMI SAITO^{†††}

The aesthetic curves include the logarithmic (equiangular) spiral, clothoid, and involute curves. Although most of them are expressed only by an integral form of the tangent vector, it is possible to interactively generate and deform them and they are expected to be utilized for practical use of industrial and graphical design. However, the curvature of a log-aesthetic curve segment must be monotonically increasing or decreasing and a strong constraint as a function of arc length is imposed on its curvature. For geometrical design, it is desirable not to impose strong constraints on the designer's activity, to let him/her design freely and to embed the properties of the log-aesthetic curves for complicated curves with both increasing and decreasing curvature. Hence we develop discrete filters named discrete log-aesthetic filters to fair a sequence of points with noises and to fit it locally to log-aesthetic curves. Furthermore we extend them for surfaces.

1. はじめに

測定技術や情報処理技術の発展により、自動車や家電製品等の意匠形状を持つ製品開発のためにクレイや木材を用いて物理的に製作した立体モデルから、計算機内部のデジタルモデルを作成するリバースエンジニアリング技術が活用されている。意匠形状は複雑な自由曲面を含み、その測定データは大量でかつ誤差を含んでいるため、そのまま金型を製作できるような曲率変化の滑らかな高品質のモデルを作成することは難しい¹⁾。

対数型美的曲線は、対数(等角)らせん、クロソイド曲線、さらにインボリュート曲線を含むとともに、接線ベクトルの積分形式としてのみ与えられている場合であっても対話的な生成、変形が可能であり、実務への応用が期待されている^{6),8)}。しかしながら、対数型美的曲線の1つのセグメントにおいては曲率が単調に増加、あるいは減少すると

ともに、曲率に曲線長に依存する強い制約条件が課されている。立体モデル作成においてはデザイナーに強い制約を与えず自由にデザインできることが望ましく、曲率が増減するような曲線に対しても、より制約の少ない形式で美的曲線の性質を埋め込む手法が望まれる。

そこで、本研究ではノイズを含む点列データから、ノイズを削除して平滑化するとともに、対数型美的曲線化する離散的フィルタ:離散的 log-aesthetic フィルタを開発し、さらに、そのフィルタを曲面に拡張することを目的とする。

次章以降、本論文は次のように構成されている: 第2章で関連研究について述べ、第3~5章の各章で、平面曲線、空間曲線および曲面に対する離散的 log-aesthetic フィルタについて述べる。最後に、第6章で結言と今後の課題を示す。

2. 関連研究

本章では、対数型美的曲線と離散化フィルタについての関連研究について述べる。

2.1 対数型美的曲線

「美しい曲線」は原田ら^{3),4)}により曲率対数分布図が直線で近似される曲線として提案された。三浦^{5),6)}は曲率対数分布図が厳密に直線で与えられる曲線の解析解を求め、それを「美しい曲線の一般式」として提案した。さらに、吉田と斎藤^{7),8)}は「一般式」によって定義される曲線の特徴

[†] 静岡大学創造科学技術大学院

Graduate School of Science and Technology, Shizuoka University

^{††} 日本大学生産工学部

College of Industrial Technology, Nihon University

^{†††} 東京農工大学大学院共生科学技術研究院

Institute of Symbiotic Science and Technology, Graduate School, Tokyo University of Agriculture and Technology

を解析, 分類するとともに, 3 個の“制御点”により, 2 つの端点とそこでの接線方向, および曲率対数分布図の直線の傾き α を与えることにより対話的に「美しい曲線 (美的曲線) セグメント」を生成する手法を提案した.

対数型美的曲線曲線セグメントの接続の問題に関しては八木ら⁹⁾ や三浦ら¹⁰⁾ の研究があるとともに, 2 つの美的曲線セグメントを G^3 連続性を保ちながら接続されている複合リズム曲線の入力法やそのカースタイリングデザインへの応用¹¹⁾ についても研究されている. さらに, 空間曲線への拡張^{12),13)} もなされている.

2.2

自動車の意匠形状などに用いられる高品質曲面の生成を目的とし, 曲面の特徴線に対して曲率変化に関する評価基準を導入し, 曲線全体の中からこれが最大となる点を順次取りだして局所的に平滑化を行う方法が Farin らにより提案されている¹⁴⁾. 彼らの方法では, まず入力点列を B-spline 曲線によりフィッティングを行い, 接続点での 3 階微分値, または曲率の微分値の差が最大の点を抽出し, その点に対するノットを除去し再挿入することを繰り返すことにより, 曲率プロット (曲線長を横軸に曲率を縦軸に示したグラフ) が滑らかとなるように曲線を変形している. また, Eck と Jaspert¹⁵⁾ は, B-spline 曲線を用いずに点群を平滑化する方法として, 離散的な曲率値を計算してこの差を局所的な評価基準とする方法を提案している. また, Wagner¹⁶⁾ は, ロボットの経路を平滑化する方法として, 曲率の代わりに点列の 4 階差分値を用いて, これを最小化する方法が提案した. 東ら^{1),2)} はこの方法を基礎として, 4 階差分値を 4 階差分商に置き代えることでノット間隔が様でない点列に対しても適用可能とし, 曲面の平滑化に応用するとともに, メッシュに欠落がある場合にも適用できるように拡張した.

以上述べた手法は意匠形状への適用を目的としており, 曲率変化が単調である, あるいは滑らかという観点からは, ある程度高品質な曲線や曲面を得ることが可能であるが, B-spline 曲線で代表される多項式曲線に本質的に内在する曲率の不安定性¹⁷⁾ を排除することができず, 対数型美的曲線のように曲率を完全に制御することができない.

一方, コンピュータグラフィクス (CG) の分野では, 意匠形状に必要とされる精度が必要でなく, 多面体での表示を目的とする場合が多く, 三角形メッシュの処理に関する研究が主として行われている¹⁸⁾. たとえば, 画像処理のローパスフィルタを応用して三角形メッシュを平滑化する研究が行われている¹⁹⁾.

本研究で提案する離散的 log-aesthetic フィルタ, 特に曲線に対するフィルタは曲線の導関数の差分近似と曲率の関数に基づいて頂点を法線方向に摂動させる curve flow の技術に形式的に類似している. curve flow を用いた研究として, Bruckstein ら²⁰⁾ は, クロソイド曲線を離散化して得られる離散 Clothoid 曲線を含めて離散 Elastica 曲線の生成法を提案している. Belyaev ら²¹⁾ は差分近似と curve flow を用いた非線形 spline 曲線の生成法を提案している. これ

らの方法は変分原理に基づき, 曲率の関数の曲線全体に対する積分量を最小化するように頂点を法線方向に摂動させる. しかしながら, 積分量の最小化では曲線の形状は端点での境界条件に強く依存し, 処理後の曲線の形状は点列の初期配置にほとんど依存せず, デザイナが点列を入力した場合にはその意図がまったく反映できない. 離散的 log-aesthetic フィルタは積分量を最小化するのではなく, 与えられた点列の配置から局所的にもっとも“近似度”の高い美的曲線を求め, それに点列をフィッティングさせるのであり, 目的関数を最小にする方向に頂点を摂動させているのではない. これは, 曲線の望ましい形の規範を持たない手法と, 美的曲線のような規範を持つ手法の違いである.

Schneider と Kobbelt²²⁾ は区分線形な曲率に対しての離散曲線を構成する方法, さらには同様の考え方を曲面に拡張した平均曲率を線形に変化させる線形曲率離散曲面の生成法を提案している. しかしながら, 区分線形な曲率を持つ曲線は, 直線, 円弧, およびクロソイド曲線とそれらの組み合わせに限定され, したがって, 彼らの手法により生成される曲線はそれらの組み合わせにすぎない. また, 平均曲率は曲面の曲げエネルギーと密接に関連しており, 曲げエネルギー最小化問題を解くことに関連づけられる (たとえば, Wardetzky らの研究²³⁾).

クロソイド曲線の生成法については Meek らの一連の研究^{24),25)} があるが, いずれも対数型美的曲線の 1 例にすぎないクロソイド曲線についてのみ論じており, 本研究で扱うような美的曲線全体に適用できる手法ではない. 曲面に関しても, 変分原理に基づく目的関数の最小化による平滑化^{26),27)} では意匠設計に求められる表現能力の高さと品質を同時に得ることができないのが現状である.

3. 平面曲線フィルタ

3.1 定式化

生成すべき曲線のパラメータを t として, 曲線を $\mathbf{C}(t)$ とする. 曲率 κ は,

$$\kappa = \frac{\left\| \frac{d\mathbf{C}(t)}{dt} \times \frac{d^2\mathbf{C}(t)}{dt^2} \right\|}{\left\| \frac{d\mathbf{C}(t)}{dt} \right\|^3} \quad (1)$$

である.

与えられた n 個の点列を $\mathbf{P}_i, i=0, \dots, n-1$ とし, 2 点 \mathbf{P}_i と \mathbf{P}_{i+1} に対応するパラメータ値 t の差を Δt_i とする. ある点 \mathbf{P}_i での離散的に求められる曲率は, Schneider と Kobbelt²²⁾ のように, 連続した 3 点 $\mathbf{P}_{i-1}, \mathbf{P}_i$, および \mathbf{P}_{i+1} を通過する円弧の半径の逆数で与えられると考え式を用いる場合が多い.

$$\kappa_i = 2 \frac{\det(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}, \mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i)}{\|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}\| \|\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i\| \|\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_{i-1}\|} \quad (2)$$

式 (2) は変位させるべき点 \mathbf{P}_i に関して非線形であり, 本研究では, 中心差分の考えを導入し, 以下のように離散的な曲率を計算する. 中心差分による 1 次微分 \mathbf{U}_i は $(\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_{i-1})/(\Delta t_{i-1} + \Delta t_i)$ である. 隣接する

2 点のパラメータ値の差が等しい、したがって点列のパラメータ値の間隔が Δt で一定と仮定すると、 $\mathbf{U}_i = (\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_{i-1})/2\Delta t$ である。また、点列のパラメータ値が等間隔であれば、離散的に定義される 2 次微分 \mathbf{V}_i は、 $(\mathbf{P}_{i+1} - 2\mathbf{P}_i + \mathbf{P}_{i-1})/(\Delta t)^2$ で与えられる。したがって、点 \mathbf{P}_i における離散的な曲率 κ_i は、

$$\kappa_i = \frac{\|\mathbf{U}_i \times \mathbf{V}_i\|}{\|\mathbf{U}_i\|^3} \quad (3)$$

で与えられる。

3.2 対数型美的曲線の曲率

対数型美的曲線の曲率半径 ρ 、自己動標構アフィン率の逆数(曲率対数グラフの傾き)を α とし、 s を曲線長、 c, d を定数とすると、 $\alpha \neq 1$ の場合は、

$$\rho^\alpha = cs + d \quad (4)$$

で与えられる。また、 $\alpha = 0$ の場合は、

$$\rho = ce^{ds} \quad (5)$$

である。両辺の対数を取ると、

$$\log \rho = ds + \log c \quad (6)$$

したがって、すべての α に対して、曲率半径 ρ 、あるいはその対数値 $\log \rho$ は s の 1 次式で与えられる。以下では、 $\alpha \neq 0$ の場合について議論するが $\alpha = 0$ の場合も曲率半径の代わりに曲率半径の対数値を用いることで同様に扱うことができる。

式(4)より、曲率 $\kappa = 1/\rho = (cs + d)^{-\frac{1}{\alpha}}$ である。デザイナーが指定した α に対して、曲線が局所的に対数型美的曲線の性質を満足すると仮定すると、ある定数 c_i, d_i が存在して、 $\kappa_i = (c_i s_i^l + d_i)^{-\frac{1}{\alpha}}$ が成り立つ。ここで、たとえば点 \mathbf{P}_i の前後 m 点、したがってその点自身を含めると $2m+1$ 点で構成される局所的な曲線を処理対象とし、 s_i を曲線の始点から点 \mathbf{P}_i までの曲線長とすると、 s_i^l は $s_i^l = s_i - s_{i-m}$ で表される局所的な曲線長である。 c_i と d_i の値は、これら $2m+1$ 点を用いて最小自乗法により、局所的に算出することができる。

理想的には、曲率の個々の誤差の 2 乗和を最小化する各点の変位を求めることが望ましいが、曲率は \mathbf{P}_i の線形結合でないため、点列全体に最小自乗法を適用することはできない。そこで、局所的に以下の式を満足するように \mathbf{P}_i を変位させることを考える。したがって、

$$(c_i s_i^l + d_i)^{-\frac{1}{\alpha}} = \frac{\|\mathbf{U}_i \times \mathbf{V}_i\|}{\|\mathbf{U}_i\|^3} \quad (7)$$

上式を満足する点 \mathbf{P}_i の変位は一意に定まらないので、変位後の位置を限定する。たとえば、隣接する 2 点 \mathbf{P}_{i-1} と \mathbf{P}_{i+1} の中点 $\mathbf{P}_{ic} = (\mathbf{P}_{i-1} + \mathbf{P}_{i+1})/2$ を通り、点 \mathbf{P}_i での主法線方向を通る直線上に限定する。したがって、 \mathbf{P}_i における離散的に求めた単位主法線ベクトルを \mathbf{N}_i とすると、

$$\mathbf{P}'_i = \mathbf{P}_{ic} + \phi \mathbf{N}_i \quad (8)$$

と表される。この ϕ を式(7)を満たすように決定する。

3.3 α の算出

実務においては、曲率対数グラフの傾き α をデザイナーが指定する場合が考えられるが、曲線の性質を規定せずに、

点列から求めることが望ましい状況も考えられる。点列から α を求めに手順は以下である。

- (1) 点列を B-spline 曲線で近似する。
- (2) 曲線の変曲点と曲率の極値により、B-spline 曲線をセグメント化する。
- (3) 各セグメントごとに曲率対数グラフを生成し、その近似直線の傾き α を求める。

3.3.1 B-spline 曲線による近似

点列を最小自乗法を利用して 2 次または 3 次 B-spline 曲線で近似する。最小自乗法の目的関数は、点列と対応する B-spline 曲線上の点列との 2 乗距離の総和とする。

3.4 曲率を用いた B-spline 曲線のセグメント化

生成した B-spline 曲線を変曲点と曲率の極値で分割する。分割後の B-spline 曲線の各セグメントは Bézier 曲線と等価であるので、各セグメントを Bézier 曲線に変換する。

3.5 曲率対数グラフからの α の算出

Bézier 曲線の各セグメントごとに曲率対数グラフを生成して、最小自乗法を用いて近似直線の傾き α を算出する。その結果として、様々な Bézier 曲線の場合の曲率対数グラフと傾き α を図 1(a), (c) に示す。得られた α と端点の位置、接線方向を指定することにより得られる美的曲線を図 1(b) に示す。

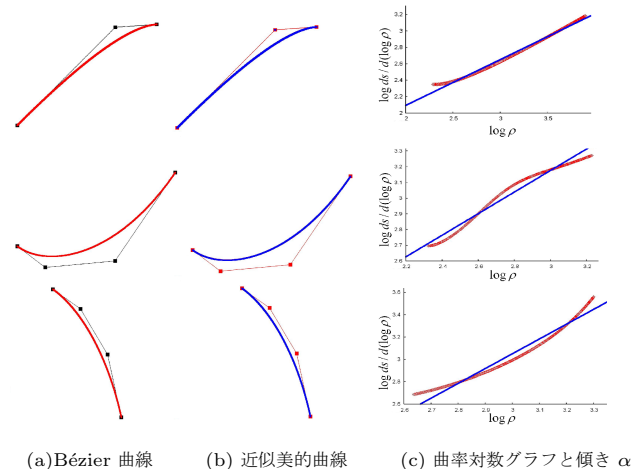


図 1 α の算出

3.6 平面曲線フィルタ適用例

図 2 に 2 次 Bézier 曲線に log-aesthetic フィルタを適用した例を示す。図 2(a) は+印で示した制御点に対して 2 次 Bézier 曲線を生成し、その曲線上のパラメータを等間隔に 20 個サンプリングした点の x,y 座標に全長に対して 0.5% のノイズを加えた点列を青点で示している。比較のために与えられた制御点に対して $\alpha = 0.5$ として生成した対数型美的曲線を青線で示している。図 2(c) にノイズを加えた点列から求めた曲線長に対する ρ^α のグラフを赤線で示したが、ノイズの影響でグラフが激しく振動している。ピンク線はそれらの点列を最小自乗近似する直線、青線は美的曲線の曲線長に対する ρ^α のグラフを示している。フィルタ

に $\alpha = 0.5$ を指定しており、図 2(c) に示すようにフィルタリング後の点列が美的曲線上に移動するとともに、図 2(d) に示すようにその離散的な曲率対数グラフも美的曲線のグラフ上に移動している。プログラム実行環境は Pentium 4, 3.2GHz の PC で、この例では曲率対数グラフの振動が停止してほぼ完全に安定するまでに約 250 回フィルタリングを繰り返している。1 回のフィルタリングは非常に高速であり、フィルタリングの回数は多いが全処理時間は 0.2 秒程度である。

図 3 は、対数らせんと 3 次 Bézier 曲線に対して、曲線からサンプリングした点列にノイズを加え、それらにフィルタを適用した例である。対数らせんには $\alpha = 1$ 、3 次 Bézier 曲線には $\alpha = 0.5$ を指定してフィルタを適用した。これらの例が示すように、局所的にフィルタが適用できるので、美的曲線セグメント 1 本だけでなく方向角が 180 度を越える比較的長い曲線にも適用できるとともに、変曲点を含みその曲率の正負が反転する曲線に対しても適用できる。変局点では曲率半径が無限大となるのでその近傍では点を変位させない。

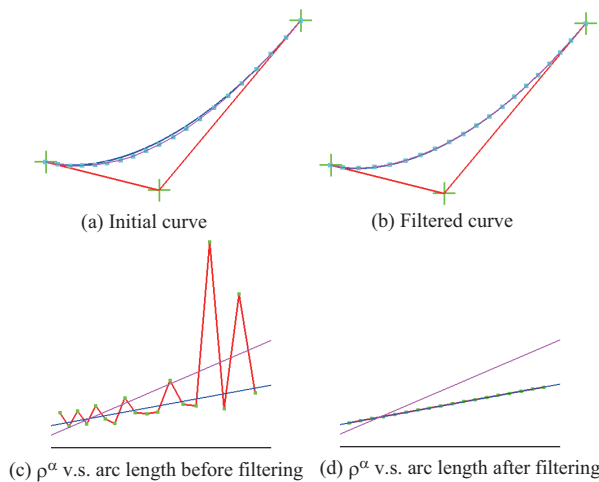


図 2 平面曲線フィルタ適用例:2 次 Bézier 曲線

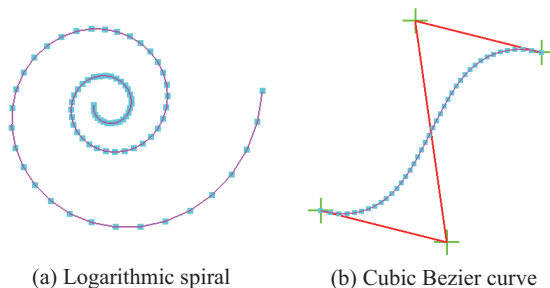


図 3 平面曲線フィルタ適用例:対数らせんと 3 次 Bézier 曲線

4. 空間曲線フィルタ

美しい曲線の一般式を満たす曲線、すなわち対数型美的

曲線は平面曲線に限定されるが、平面曲線の自己アフィン性を 3 次元に拡張し、その条件を満たす空間曲線として対数型美的空間曲線が提案されている¹²⁾。吉田と斎藤によりその性質が解析され、曲線の分類が行われている¹³⁾。

曲線長 s の関数として与えられた空間曲線 $\mathbf{C}(s)$ に対して、単位接線ベクトルを \mathbf{t} 、単位主法線ベクトルを \mathbf{n} 、単位従法線ベクトルを \mathbf{b} とする。これらのベクトルは次式で与えられるフルネ・セレの公式により関係付けられる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{t}'(s) \\ \mathbf{n}'(s) \\ \mathbf{b}'(s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \kappa(s) & 0 \\ -\kappa(s) & 0 & \tau(s) \\ 0 & -\tau(s) & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{t}(s) \\ \mathbf{n}(s) \\ \mathbf{b}(s) \end{pmatrix} \quad (9)$$

ここで、 κ は曲率であり τ は捩率である。

曲率と捩率、したがってそれらの逆数である曲率半径と捩率半径とは独立に指定できるので、捩率半径 $\mu = 1/\tau$ について、

$$\log\left(\mu \frac{ds}{d\mu}\right) = \beta \log \mu + C' \quad (10)$$

したがって、 $\mu^{\beta-1} d\mu/ds = c_1$ が成り立つと仮定する。ここで β は定数である。

4.1 対数型美的空間曲線の一般式

曲率対数グラフの傾き α と前節で導入した β をともに 0 でないとして仮定すると、対数型美的平面曲線の曲率半径と類似した式により、対数型美的空間曲線の曲率半径 ρ と捩率半径 μ は次式で与えられる。

$$\rho^\alpha = cs + d, \quad (11)$$

$$\mu^\beta = gs + h \quad (12)$$

ρ は曲率半径、 μ は捩率半径、 s は曲線長を表す。 $\alpha, \beta, c, d, g, h$ は定数であり、これらの値を変化させると曲線の形状も変化する。

4.2 空間曲線フィルタの実装

空間曲線では、満足すべき方程式が式 (11) と (12) の 2 本あるため、2 個のパラメータが必要となる。そこで、注目している点 \mathbf{P}_i の変位を平面曲線フィルタの場合と同様隣接する 2 点の中点 $\mathbf{P}_{ic} = (\mathbf{P}_{i-1} + \mathbf{P}_{i+1})/2$ を含み主法線と従法線で定まる平面内に限定する。よって、点 \mathbf{P}_i における単位主法線ベクトル、単位従法線ベクトルをそれぞれ $\mathbf{N}_i, \mathbf{B}_i$ とすると、フィルタ適用後の \mathbf{P}_i の座標 \mathbf{P}'_i は、
$$\mathbf{P}'_i = \mathbf{P}_{ic} + \phi \mathbf{N}_i + \varphi \mathbf{B}_i \quad (13)$$
 と表すことができる。まず、式 (11) を用いて ϕ を決定し、さらに、式 (12) を用いて φ を決定する。曲線の 3 次微分ベクトルは \mathbf{P}_i を含まないその点の前後 2 点、計 4 点を用いて計算することが可能であり、式 (12) は φ の 2 次式となり、その絶対値 $|\varphi|$ の小さい、したがって変位量の小さい値を解として用いる。

5. 曲面フィルタ

この節では、フィルタを曲面に適用することを考える。対数型美的曲面に関する研究は Kanaya らによる先駆的研究²⁸⁾ がなされているが、まだ揺籃期にあり汎用的なフィルタを考案するにはまだ時期尚早であると言わざるを得ない。

そこで、ここでは、対数型美的曲線のもっとも単純な曲線の1つである円弧*に対応した曲面を生成するフィルタを考える。対数型美的曲線は曲率半径と曲線長との関係を規定しており、曲面に拡張するためには曲率半径と曲線長に対応する微分幾何学量を定める必要がある。曲線の曲線長 s 、曲率 κ およびその接線標形の曲線長 σ には $\kappa = \lim_{s \rightarrow 0} \sigma/s$ の関係がある。これは、曲面 $S(u, v)$ の面積 S 、ガウス曲率 K およびガウス写像の面積 S' に $K = \lim_{S \rightarrow 0} S'/S$ の関係があること類似しており²⁹⁾、曲線の曲率 κ と曲線長 s を、曲面のガウス曲率 K と面積 S にそれぞれ対応させる。したがって、曲率が一定である円弧にガウス曲率が一定である曲面を対応させる。この対応関係を用いると、美しい曲線の基本方程式 $\rho^{\alpha-1} d\rho/ds = C$ に対して $(1/K)^{\alpha-1} d(1/K)/dS = C$ が対応する。ここで、

$$\lim_{S \rightarrow 0} \frac{S'}{S} = \frac{\iint |\mathbf{N}_u \times \mathbf{N}_v| du dv}{\iint |\mathbf{S}_u \times \mathbf{S}_v| du dv} = K \quad (14)$$

であることに注意する。上式において $\mathbf{N}_u, \mathbf{N}_v$ は曲面の単位法線ベクトルの u, v による微分ベクトルを表す。

ガウス曲率と同様に重要な曲面の曲率に平均曲率 H があり、たとえば常に $H = 0$ を満たす曲面は極小曲面と呼ばれ変分学においては重要な曲面となっている²⁹⁾。任意形状の枠に対してシャボンにより生成される薄膜は極小曲面であり、常に $K \leq 0$ であるため膨らみのある曲面を生成することができず意匠デザインに適していない場合が多い。形状モデリングの分野では、たとえば Schneider と Kobbelt は離散クロソイドスプライン (曲率の2次微分が0) の曲面への拡張として平均曲率を線形に分布させることにより曲面を fairing する方法を提案しており²²⁾、平均曲率を用いたフィルタの研究も今後必要である。

5.1 ガウス曲率が一定な曲面

最大曲率と最小曲率が一定であれば、それらの量の積と和で定まるガウス曲率と平均曲率も一定となる。したがって、それらが一定である平面、球面、円筒面はガウス曲率が一定である曲面に含まれる。さらに、それらの1つが0であれば他の曲率の大小に関わらずガウス曲率も0となるため、平面に展開可能な可展面である円錐曲面や接線曲面**が含まれる。ガウス曲率が一定な回転面は、 $K > 0$ の場合には球面を代表例としてラグビーボール型、樽型、 $K < 0$ では偽球²⁹⁾が含まれる。

5.2 美的曲線を4辺とする双1次 Coons パッチ

ここでは、対数型美的曲線を4辺とする双1次 Coons パッチとして生成されるガウス曲率が一定である曲面の例を示す。双1次 Coons パッチとは、パッチを囲む4つの稜線のみから曲面を内挿する方法である³⁰⁾。2組の稜線の対から曲面をそれぞれ生成し、その2つの曲面を足し合わせ、4隅の頂点より生成された曲面を差し引くことにより生成される。Coons パッチの稜線は4隅の頂点を接続点としていれば任意のパラメトリック曲線でよい。

図4に3つの異なる視線に対する同一の Coons パッチとその反射線 (ゼブラ模様) を示す。このパッチの2辺は同一の対数型美的曲線であり、他の2本は直線である。したがって、この面は線織面であり、ガウス曲率は0で一定となっている。ゼブラ模様は滑らかに変化しており、高品質な曲面が得られていることがわかる。

5.3 フィルタの実装

フィルタを適用する曲面は規則的な点群 $\mathbf{P}_{ij}, 0 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq n$ と仮定する。曲面のガウス曲率は $K = (eg - f^2)/(EG - F^2)$ で与えられる。ここで、 E, F, G は曲面の第1基本量、 e, f, g は第2基本量である。したがって、曲面のフィルタを実装するためには各点における1次微分、2次微分および単位法線ベクトルを離散的に求める必要がある。曲線の場合と同様、1次微分は中心差分で求め、 u, v 方向の2次微分は各方向に隣接する3点の点を用いて計算する。 \mathbf{S}_{uv} は着目している点の周囲4点を用いて中心差分により計算する。法線方向はその点と隣接点で構成される三角形の法線ベクトルの面積を重みとした加重平均とし、フィルタ適用による点の移動前後で変化しないと仮定する。着目点と4辺形ポリゴンを共有する8点の平均座標を \mathbf{P}_{ijc} 、移動後の座標を \mathbf{P}'_{ij} とし、移動量をそこで法線 \mathbf{N}_{ij} に限定する。したがって、

$$\mathbf{P}'_{ij} = \mathbf{P}_{ijc} + \phi \mathbf{N}_{ij} \quad (15)$$

とする。ガウス曲率 K はその点を含む周囲の点の平均値 C を求め、その値に一致するように ϕ を決定する。 $K = C$ は ϕ に関する2次式であり、 $|\phi|$ の小さい、したがって点の変位量の小さい ϕ を用いる。

6. 結 言

本研究ではノイズを含む点列データから、ノイズを削除して平滑化するとともに、対数型美的曲線化する離散的 log-aesthetic フィルタを提案し、それを平面曲線、空間曲線、および曲面に適用する手法について述べた。平面曲線に対してはフィルタを実装しその有効性を確認した。

離散的 log-aesthetic フィルタは、変分原理により目的関数の最適化をおこなう curve flow の考え方によるフィルタではなく、規範とする美的曲線に直接的にフィッティングを行うため高速な処理が可能である。また、直線、円弧、クロソイド曲線といった限定された曲線から最適な曲線を選ぶのではなく、点列の配置に対して、対数美的曲全体の中

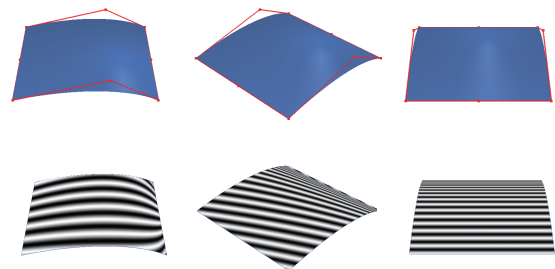


図4 美的曲線を4辺とする双1次 Coons パッチ

* 曲率半径が曲線長の1次式 (円弧の場合は定数) で表されるという意味において、円弧は対数型美的曲線に含まれると考える。

** 円筒面も可展面である。

から式 (7) からの差の 2 乗を最小化する曲線を求めてフィッティングを行うでの、曲線の形状を大きく変化させることがない。

今後、空間曲線、曲面のフィルタを実装するとともに、様々なデータに適用しその性能の向上を図る。

参 考 文 献

- 1) 東正毅, 山田健治, 4 階差分商を用いたメッシュデータの平滑化, 精密工学会誌, Vol.67, No.5, pp.749-753, 2001.
- 2) 東正毅, 山田健治, 4 階差分商を用いたメッシュデータの平滑化 (第 2 報) -欠落のあるメッシュと C^1 連続への対応-, 精密工学会誌, Vol.69, No.8, pp.1135-1140, 2003.
- 3) 原田利宣, 吉本富士市, 森山真光, 魅力的な曲線とその創生アルゴリズム, 形の科学会誌, Vol.13, No.4, pp.149-158, 1998.
- 4) 原田利宣, 森山真光, 吉本富士市, 複合リズム曲線とその創成手法, デザイン学研究, Vol.45, No.2, pp.17-24, 1998.
- 5) 三浦憲二郎, 美しい曲線の一般式, グラフィクスと CAD/Visual Computing 合同シンポジウム 2005 予稿集, pp.227-232, 2005.
- 6) 三浦憲二郎, 美しい曲線の一般式とその自己アフィン性, 精密工学会誌 Vol.72, No.7, pp.857-861, 2006.
- 7) 吉田典正, 斎藤隆文, 美しい曲線セグメント, 情報処理学会研究報告 Vol.2005, No.116 (第 121 回グラフィクスと CAD 研究会), pp.97-102, 2005.
- 8) N. Yoshida and T. Saito, Interactive Aesthetic Curve Segments, The Visual Computer (Pacific Graphics), Vol. 22, No.9-11, pp.896-905, 2006.
- 9) 八木麻里子, 川田洋平, 藤澤誠, 三浦憲二郎, ペンタブレットによる美的曲線の生成, CGAC2007 NICOGRAPH, 2007.
- 10) 三浦憲二郎, 八木麻里子, 川田洋平, 藤澤誠, 変曲点を端点とする美的曲線セグメントの入力と G^2 連続性を保証する美的曲線の生成法, グラフィクスと CAD/Visual Computing 合同シンポジウム 2007 予稿集, pp.297-302, 2007.
- 11) 上利真一, 三浦憲二郎, 藤澤誠, 西川知伸, 羽田隆志, 複合リズム美的曲線の入力とそのカースタイリングデザインへの応用, グラフィクスと CAD/Visual Computing 合同シンポジウム 2008, 2008.
- 12) K.T. Miura, M. Fujisawa, J. Sone and K.G. Kobayashi, The Aesthetic Space Curve, Humans and Computers 2006, pp.101-106, 2006.
- 13) 吉田典正, 斎藤隆文, 美的空間曲線の全体像の解明, 情報処理学会グラフィクスと CAD 研究会 Vol.2007, No.111, pp-55-60, 2007.
- 14) G. Farin, N. Sapidis and J. Worsey, Fairing Cubic B-spline Curves, Computer Aided Geometric Design, Vol.4, No.1-2, 1987.
- 15) M. Eck and R. Jaspert, Automatic Fairing of Point Sets, Designing Fair Curves and Surfaces, SIAM, pp.45-60, 1994.
- 16) M.G. Wagner, Affine Invariant Fairing of Point Sets, Proc. CIIST'98, CSREA Press, Athens, GA, pp.370, 1998.
- 17) K.T. Miura, Unit Quaternion Integral Curve: A New Type of Fair Free-Form Curves, Computer Aided Geometric Design, Vol.17, No.1, pp.39-58, 2000.
- 18) 鈴木宏正, CG における形状再構成技術, 設計工学, Vol.32, No.10, pp.392, 1997.
- 19) G. Taubin, A Signal Processing Approach to Fair Surface Design, Proc. SIGGRAPH '05, pp.351-358, 1995.
- 20) A.M. Bruckstein, R.J. Holt and A.N. Netravali, Discrete Elastica, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1176, 1996.
- 21) A.G. Belyaev, E.V. Anoshkina and S. Yoshizawa, Nonlinear Spline Generation With Curve Evolutions Driven by Curvature, Proc. Shape Modeling International '99, pp.146-153, 1999.
- 22) R. Schneider and L. Kobbelt, Curve and Surface Design: Saint-Malo 1999, Laurent, Sablonniere, Schumaker (eds.), pp. 371-380.
- 23) M. Wardetzky, M. Bergou, D. Harmon, D. Zorin and Eitan Grinspun, Discrete Quadratic Curvature Energies, Computer Aided Geometric Design, Volume 24, Issues 8-9, pp.499-518, 2007.
- 24) D. Meek and R. Thomas, A guided clothoid spline, Computer Aided Geometric Design, Vol. 8, No. 2, 1991.
- 25) D. Meek and D. Walton, An Arc Apline Approximation Ao a Clothoid, J. Computational and Applied Mathematics, Vol.170, No.1, pp.59-77, 2007.
- 26) H. Moreton and C. Sequin, Functional Optimization For Fair Surface Design, Proc. SIGGRAPH'92, 1992.
- 27) W. Welch and A. Witkin, Variational Surface Modeling, Proc. SIGGRAPH'92, 1992.
- 28) I. Kanaya, Y. Nakano and K. Sato, Simulated Designer's Eyes -Classification of Aesthetic Surfaces-, Proc. International Conference on Virtual Systems and Multimedia, pp. 289-296, International Society of Virtual Systems and Multimedia, 2003.
- 29) M. do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1976.
- 30) Farin, G., Curves and Surfaces for CAGD, 5th Ed., Morgan Kaufmann, 2001.